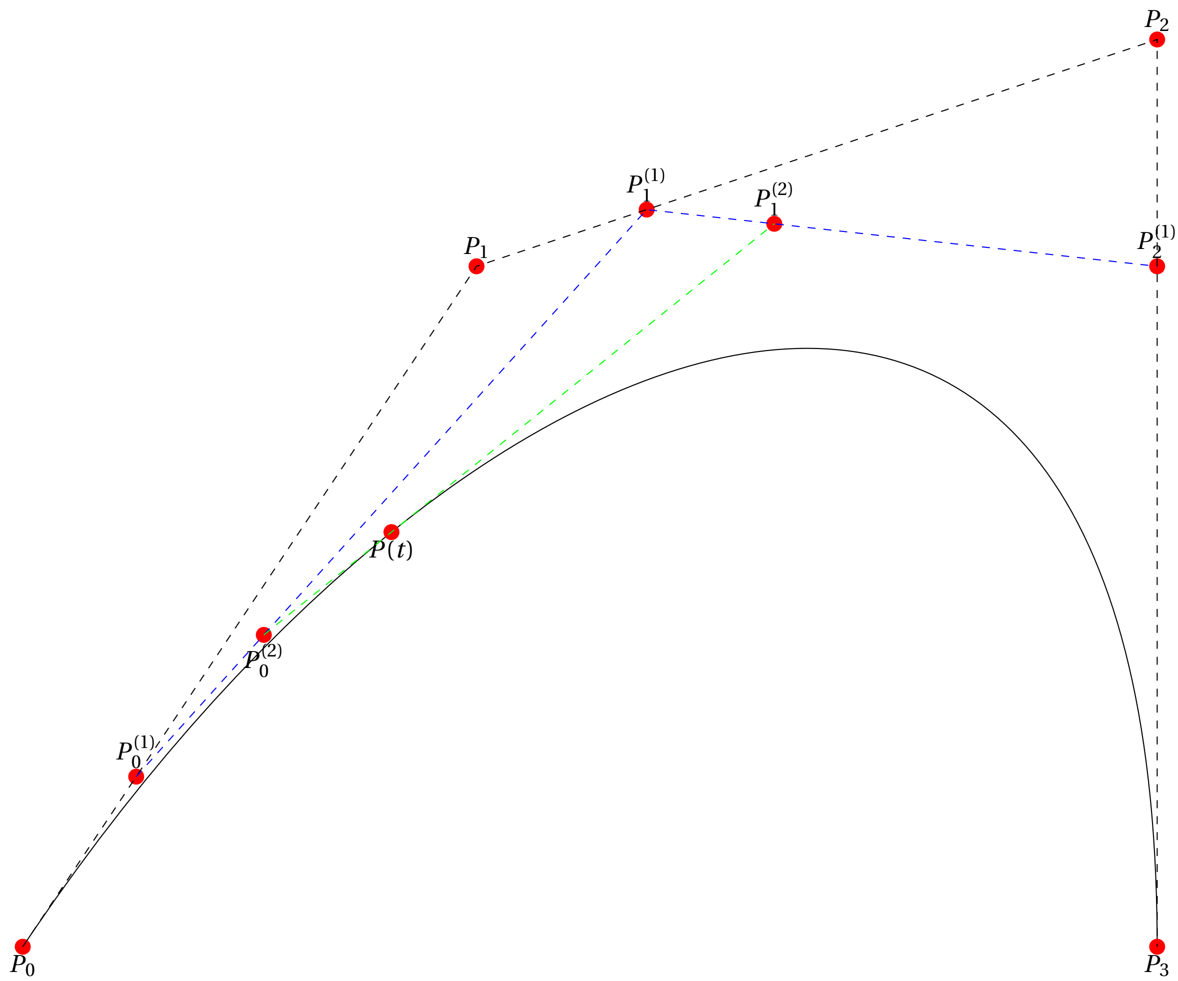
TP n°5 bis : Courbe de Bézier et algorithme de Casteljau

Algorithme de Casteljau Il est basé sur le calcul suivant : pour une valeur de $t \in [0,1]$ donnée, on a la relation $(*)$

$$\begin{aligned} P(t) &= \sum_{k=0}^{k=n} B_{k,n}(t) P_k \\ &= (1-t)^n P_0 + \sum_{k=1}^{k=n-1} C_n^k t^k (1-t)^{n-k} P_k + t_n P_n \\ &= \dots \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} B_{k,n-1}(t) \underbrace{[(1-t)P_k + tP_{k+1}]}_{P_k^{(1)}} \end{aligned}$$

Ainsi, un point $P(t)$ de la courbe de Bézier associée aux points de contrôle $P_0, \dots, P_n$ peut-il être vu comme le point de la courbe de Bézier associée aux points de contrôles $P_0^{(1)}, \dots, P_{n-1}^{(1)}$ précédents. Après n itérations, on obtient un seul point de contrôle confondu avec le point cherché. Un exemple pour 4 points.



1. Démontrer la relation $(*)$.

2. Ecrire une fonction `function b=BezierparCasteljau(x,t)` qui calcule le point de la courbe de bézier associé aux points de contrôles stockés dans `x` pour le paramètre `t` par la méthode précédente.