TP n°0 : Résolution de systèmes linéaires

Pour débuter avec Scilab, consulter le guide et la documentation dans la partie ressource en algèbre linéaire sur `www.iut-fbleau.fr`.

Résolution de systèmes linéaires Un système linéaire

$$\left\{\begin{array}{llllllll} e_1 : & a_{11}x_1 & + & \dots & + & a_{1p}x_p & = & b_1 \\ e_2 : & a_{21}x_1 & + & \dots & + & a_{2p}x_p & = & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & & \\ e_n : & a_{n1}x_1 & + & \dots & + & a_{np}x_p & = & b_n \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \sum_{j=1}^{j=p} a_{ij}.x_j = b_i \\ i = 1, \dots, n \end{array}\right.$$

se représente par deux matrices A de taille $n \times p$ et b de taille $n \times 1$.
Scilab possède plusieurs primitives pour les résoudre, comme `linsolve(A,b)`. (Cette fonction renvoie **une** solution de l'équation $Ax + b = 0$ ou la matrice vide `[]`. Penser à taper `linsolve(A,-b)` pour le système associé à A et b)
On utilisera cette fonction pour la suite.

1. Tester la fonction `linsolve` avec l'exercice 1 du TD 1.
2. Soit E un espace vectoriel, dans chacun des cas suivants on veut décomposer le vecteur y en combinaison linéaire de vecteurs de $\mathcal{V}$.
   - écrire le système linéaire correspondant.
   - résoudre ce système en utilisant `linsolve`.

   (a) $E = \mathbb{R}^3$, $\mathcal{V} = \{a, b, c\}$ avec

   $$a = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } y = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

   (b) $E = \mathbb{R}^4$, $\mathcal{V} = \{a, b, c, d\}$ avec

   $$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, d = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ et } y = \begin{pmatrix} 7 \\ 14 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

3. On cherche un polynôme qui passe par les points

x	-3	-1	2	4
y	1	-5	3	-5

   (a) Ecrire le système linéaire associé et le résoudre.

   (b) Afficher sur un même graphique le polynôme et les points d'interpollation.